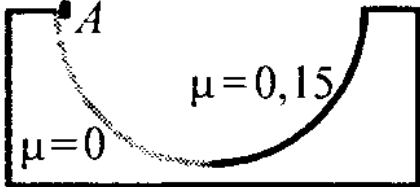


ЗАДАНИЯ

для проведения II муниципального (районного) этапа

Всероссийской олимпиады школьников по физике 2012-2013

10 класс

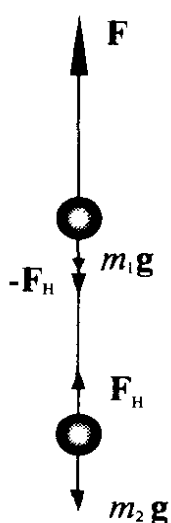
1. Два груза одинаковой массы $m = 0,5$ кг связаны легкой нерастяжимой нитью и движутся вертикально вверх под действием силы F , приложенной к одному из грузов. Нить обрывается при величине силы $F = F_1 \geq 20$ Н. При какой величине силе $F = F_2$ разорвется нить, если нижний груз закрепить неподвижно? Ускорение свободного падения считать равным $g = 10$ м/с²
2. Ракета, запущенная с поверхности Земли вертикально вверх, взлетает с постоянным ускорением $a = 3,3$ м/с². С какой скоростью ракета упадет на Землю, если ее двигатель проработает в течение $t = 10$ с? Сопротивление воздуха не учитывать. Ускорение свободного падения считать равным $g = 10$ м/с²
3. Маленькое тело A соскальзывает без начальной скорости по внутренней поверхности полусферы с высоты, равной ее радиусу (см. рис). Одна половина полусферы абсолютно гладкая, а другая - шероховатая, причем на этой половине коэффициент трения между телом и поверхностью $\mu = 0,15$. Определить ускорение A тела в тот момент, как только оно перейдет на шероховатую поверхность. Ускорение свободного падения принять равным $g = 10$ м/с².

4. Проточный нагреватель воды Винтика и Шпунтика состоит из трубы длины $L = 1$ м, поперечное сечение которой представляет собой прямоугольник размерами $a \cdot d$. Стенки размера $L \cdot a$ сделаны из металла, а размера $L \cdot d$ — из диэлектрика. Нагрев прокачиваемой по трубе воды осуществляется электрическим током, для чего к металлическим стенкам прикладывается постоянное напряжение. Определите, каким должно быть это напряжение, чтобы устройство обеспечивало нагрев 600 литров воды в час от 10⁰С до 60⁰С, если $a = 20$ см, $d = 1$ см. Теплоемкостью трубы и потерями тепла пренебречь. Используемая в нагревателе вода имеет следующие характеристики: плотность $\rho = 10^3$ кг/м³, удельная теплоемкость $c = 4210$ Дж/(кг⁰С), удельное сопротивление $\rho_0 = 10$ Ом·м.
5. Молодые люди решили на Новый год угостить своих друзей коктейлем со льдом и 31 декабря в 23.00 поставили ванночку с водой в морозильник. Через $t_1 = 15$ мин они заглянули в морозильник и обнаружили, что за это время температура воды понизилась с 16⁰С до 4⁰С. Успеет ли замерзнуть вся вода до наступления Нового года? Когда же будет готов лед? Удельная теплоемкость воды $c = 4,2 \cdot 10^3$ Дж/(кг⁰С), удельная теплота плавления льда $\lambda = 3,35 \cdot 10^5$ Дж/кг.

Решение

1. Два груза одинаковой массы $m = 0,5$ кг связаны легкой нерастяжимой нитью и движутся вертикально вверх под действием силы F , приложенной к одному из грузов. Нить обрывается при величине силы $F = F_1 \geq 20$ Н. При какой величине силе $F = F_2$ разорвется нить, если нижний груз закрепить неподвижно? Ускорение свободного падения считать равным $g = 10$ м/с².

Решение

1. На рис. 9 изображены силы, действующие на каждый из грузов:



$m_i g$ – сила тяжести, F_n – сила натяжения нити. Как следует из второго закона Ньютона, в первом случае нить обрывается при достижении системой ускорения

$$a = \frac{F_1 - (m_1 + m_2)g}{m_1 + m_2}. \quad (1)$$

При этом натяжение нити оказывается равным:

$$F_n = m_2(g + a). \quad (2)$$

Остается определить, при каком значении силы, действующей на верхний груз, будет достигаться такое же натяжение нити при закрепленном нижнем грузе:

$$F_2 - m_1g - F_n = 0. \quad (3)$$

Из этих уравнений при $m_1 = m_2 = m$ следует, что

$$F_2 = m_1g + F_n = m_1g + \frac{m_2 F_1}{m_1 + m_2} = mg + \frac{F_1}{2} = 15 \text{ Н.}$$

Рис. 9.

2. Ракета, запущенная с поверхности Земли вертикально вверх, взлетает с постоянным ускорением $a = 3,3 \text{ м/с}^2$. С какой скоростью ракета упадет на Землю, если ее двигатель проработает в течение $\tau = 10 \text{ с}$? Сопротивление воздуха не учитывать. Ускорение свободного падения считать равным $g = 10 \text{ м/с}^2$.

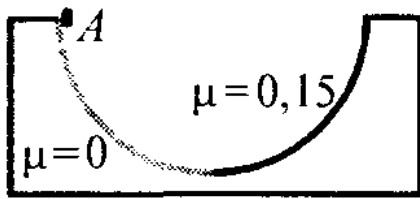
Решение

2. Искомую скорость V_1 найдем, исходя из закона сохранения механической энергии системы ракета–Земля. В момент времени τ она складывается из потенциальной и кинетической энергий. Соответствующие значения высоты и скорости ракеты в момент отключения двигателей найдем из очевидных кинематических соотношений: $H = 0,5a\tau^2$, $V = a\tau$. Приравняв полную механическую энергию ракеты на высоте H ее кинетической энергии в момент падения на Землю, получим:

$$\frac{mV^2}{2} + mgH = \frac{mV_1^2}{2}.$$

Наконец, сокращая на m и используя ранее написанные соотношения, определим искомую скорость:

$$V_1 = a\tau\sqrt{1 + g/a} \approx 66 \text{ м/с}.$$



3. Маленькое тело А соскальзывает без начальной скорости по внутренней поверхности полусферы с высоты, равной ее радиусу (см. рис). Одна половина полусферы абсолютно гладкая, а другая - шероховатая, причем на этой половине коэффициент трения между телом и поверхностью $\mu = 0,15$.

Определить ускорение А тела в тот момент, как только оно перейдет на шероховатую поверхность. Ускорение свободного падения принять равным $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Решение

1.3. Силы, действующие на тело в момент, когда оно оказывается на шероховатой поверхности, изображены на рис. 22, где введены следующие обозначения: $F_{\text{тр}}$ – сила трения, N – нормальная составляющая силы реакции, mg – сила тяжести.

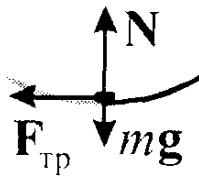


Рис. 22.

В соответствии с этим, полное ускорение тела a удобно разложить на две составляющие: касательную a_{τ} и нормальную a_n , к поверхности полусферы. Тогда величина у-

скорения тела равна $a = \sqrt{a_{\tau}^2 + a_n^2}$. Записывая уравнения движения тела в проекциях на касательное и нормальное к поверхности полусферы направления, имеем в рассматриваемый момент времени:

$$m a_{\tau} = F_{\text{тр}} = \mu N, \quad m a_n = N - m g.$$

Учитывая, что $a_n = v^2 / R$, где v – скорость тела, из последнего уравнения получим: $N = m v^2 / R + m g$. Величину v в нижней точке полусферы найдем, используя закон сохранения механической энергии, применимый в данном случае, т.к. вплоть до этой точки тело скользило по гладкой поверхности: $0,5 m v^2 = m g R$. Объединяя записанные соотношения, находим:

$$a_n = 2 g, \quad a_{\tau} = 3 \mu g, \quad a = g \sqrt{9 \mu^2 + 4} = 20,5 \text{ м/с}^2.$$

Отметим, что полученный результат позволяет также легко найти угол α , который образует ускорение тела с вертикалью в рассматриваемый момент времени. В самом деле, $\alpha = \arctg a_{\tau} / a_n = \arctg 1,5 \mu \approx 12^{\circ} 40'$.

4. Проточный нагреватель воды Винтика и Шпунтика состоит из трубы длины $L = 1$ м, поперечное сечение которой представляет собой прямоугольник размерами $a \cdot d$. Стенки размера $L \cdot a$ сделаны из металла, а размера $L \cdot d$ — из диэлектрика (см. рис.). Нагрев прокачиваемой по трубе воды осуществляется электрическим током, для чего к металлическим стенкам прикладывается постоянное напряжение. Определите, каким должно быть это напряжение, чтобы устройство обеспечивало нагрев 600 литров воды в час от 10°C до 60°C , если $a = 20$ см, $d = 1$ см. Теплоемкостью трубы и потерями тепла пренебречь. Используемая в нагревателе вода имеет следующие характеристики: плотность $\rho = 10^3$ кг/м³, удельная теплоемкость $c = 4210$ Дж/(кг $^{\circ}\text{C}$), удельное сопротивление $\rho_0 = 10$ Ом \cdot м.

Решение

Очевидно, что ток, текущий между двумя горизонтальными пластинами, нагревает воду. Рассмотрим небольшой объем воды: $\Delta V = a \cdot d \cdot \Delta l$. При прохождении тока в этом объеме выделится тепловая мощность

$$P = \frac{U^2}{R} = \frac{U^2 a \cdot \Delta l}{\rho_0 d}. \quad (1)$$

Пренебрегая теплопроводностью воды, можно найти энергию полученную этим объемом за все время прохождения тока через нагреватель:

$$Q = \frac{U^2 a \cdot \Delta l}{\rho_0 d} \cdot \frac{L}{v}, \quad (2),$$

где v - скорость течения воды. При этом температура этого объема увеличилась на

$$\Delta T = \frac{U^2 \cdot a \cdot \Delta l \cdot L}{\rho_0 \cdot d \cdot v \cdot \rho \cdot \Delta V} = \frac{U^2 \cdot L}{\rho_0 \cdot v \cdot \rho \cdot d^2} \quad (3)$$

Скорость течения воды связана с ее объемным расходом соотношением:

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = dav = k \quad (4)$$

Отсюда: $U = \sqrt{\frac{kd\rho\rho_0c\Delta T}{aL}} \quad (5); \quad U \approx 132\text{В}.$

5. Молодые люди решили на Новый год угостить своих друзей коктейлем со льдом и 31 декабря в 23.00 поставили ванночку с водой в морозильник. Через $t_1 = 15$ мин они заглянули в морозильник и обнаружили, что за это время температура воды понизилась с 16°C до 4°C . Успеет ли замерзнуть вся вода до наступления Нового года? Когда же будет готов лед? Удельная теплоемкость воды $c = 4,2 \cdot 10^3$ Дж/(кг \cdot °C), удельная теплота плавления льда $\lambda = 3,35 \cdot 10^5$ Дж/кг.

Решение

Для охлаждения воды на $\Delta T_1 = 16^\circ\text{C} - 4^\circ\text{C} = 12^\circ\text{C}$ от нее было отведено количество тепла, равное

$$Q_1 = cm\Delta T_1.$$

Будем считать, что морозильник работает непрерывно и скорость отвода тепла в нем постоянна. По условиям задачи известно время охлаждения воды, поэтому можно рассчитать скорость теплоотвода:

$$q = Q_1 / t_1 = cm\Delta T_1 / t_1.$$

Тогда время t_2 , необходимое для дальнейшего охлаждения воды от 4°C до 0°C , т.е. на $\Delta T_2 = 4^\circ\text{C}$, будет равно

$$t_2 = Q_2 / q = cm\Delta T_2 t_1 / cm\Delta T_1 = t_1 \Delta T_2 / \Delta T_1.$$

Подставив численные

значения, получим $t_2 = 5$ мин, а время t_3 необходимое для превращения в лед всей воды, находящейся при 0°C , составит

$$t_3 = Q_3 / q = m\lambda t_1 / cm\Delta T_1 = \lambda t_1 / c\Delta T_1. t_3 = 100 \text{ мин.}$$

Таким образом, время необходимое

для приготовления льда, от момента постановки воды в морозильник до ее полного замерзания составит $t = t_1 + t_2 + t_3 = 120$ мин = 2 ч.

Ответ. Вода не успеет замерзнуть к Новому году, а замерзнет 1 января в 1 час 00 мин.