

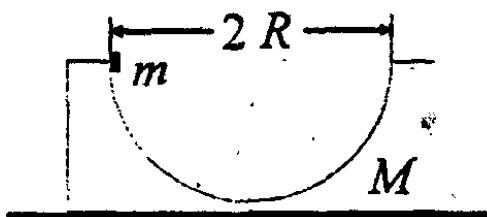
ЗАДАНИЯ

для проведения II муниципального (районного) этапа

Всероссийской олимпиады школьников по физике 2012-2013

11 класс

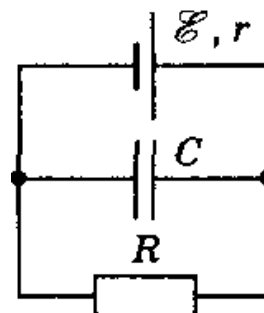
1. В однородном бруске, стоявшем на горизонтальном столе, вырезан цилиндрический желоб радиуса R . Масса оставшейся части бруска равна M . На край желоба кладут



небольшую шайбу массы m так, что она располагается в вертикальной плоскости, проходящей через центр масс бруска, и отпускают ее без начального толчка. Пренебрегая трением, найти скорость шайбы относительно бруска в нижней точке ее траектории.

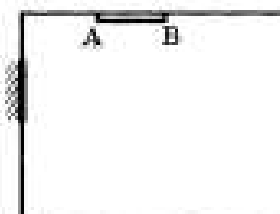
2. В гладком цилиндре под тяжелым поршнем массой $M = 10$ кг и сечением $S = 14$ см² находится идеальный газ. На сколько процентов изменится высота столба газа в цилиндре, если его поместить в лифт, движущийся с ускорением $a = 4$ м/с², направленным вертикально вниз? Считать, что температура газа в цилиндре не изменяется, атмосферное давление равно $p_0 = 105$ Па, а ускорение свободного падения равно $g = 10$ м/с.

3. Напряженность поля плоского воздушного конденсатора, встроенного в схему (рис.), $E = 50$ В/см. Расстояние между пластинами конденсатора $d = 0,5$ мм. Сопротивление $R = 5$ Ом, внутреннее сопротивление батареи $r = 0,1$ Ом. Определить ЭДС батареи.

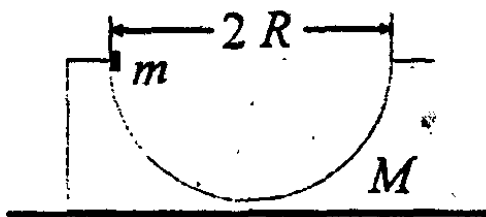


4. Горячая вода, налитая доверху в большой сосуд, охлаждается до температуры t_0 за время $\tau = 20$ мин. За какое время до температуры t_0 остынет вода с той же начальной температурой, если разлить ее по маленьким сосудам, которые также заполнены доверху и подобны большому сосуду? Известно, что вода из большого сосуда помещается в $n = 8$ маленьких, и что количество тепла, отдаваемое в единицу времени с единицы поверхности воды каждого сосуда, пропорционально разности температур воды и окружающей среды.

5. В каких точках комнаты должен находиться человек, чтобы видеть в зеркале экран телевизора АВ (см. рисунок) целиком?



Решение



1. В однородном бруске, стоявшем на горизонтальном столе, вырезан цилиндрический желоб радиуса R . Масса оставшейся части бруска равна M . На край желоба кладут небольшую

шайбу массы m так, что она располагается в вертикальной плоскости, проходящей через центр масс бруска, и отпускают ее без начального толчка. Пренебрегая трением, найти скорость шайбы относительно бруска в нижней точке ее траектории.

Решение

После отпускания шайба начинает скатываться по желобу, оказывая на него определенное давление. В результате и брусок начинает двигаться с некоторым ускорением. Поскольку шайба первоначально была расположена в вертикальной плоскости, проходящей через центр масс бруска, и в момент отпускания имела нулевую скорость, линия действующей на брусок со стороны шайбы силы должна располагаться в указанной плоскости. Учитывая, что сила тяжести и сила реакции стола, действующие на брусок, направлены вертикально, а брусок может двигаться лишь в горизонтальном направлении, можно утверждать, что брусок будет двигаться поступательно. Будем, как обычно, считать лабораторную систему отсчета инерциальной. Если скорость бруска относительно этой системы в момент прохождения шайбой нижней точки траектории обозначить V_H , то согласно закону сохранения импульса скорость шайбы v , в указанный момент времени должна удовлетворять соотношению:

$$m v_H + M V_H = 0$$

т.к. в момент отпускания и шайба, и брусок были неподвижны. Приращение кинетической энергии системы «шайба-брусок» обусловлено лишь работой сил тяжести над шайбой, т.к. по условию задачи силами трения следует пренебречь. Отсюда с учетом малости геометрических размеров шайбы следует, что в интересующий нас момент времени

$$m(v_H)^2 + M(V_H)^2 = 2 m g R,$$

где g - ускорение свободного падения. Учитывая, что скорость' шайбы относительно бруска $v_{\text{отн}} = v - V$, и решая составленную систему уравнений, получим, что величина искомой скорости шайбы равна

$$v_{\text{отн}} = \sqrt{2 g R (1 + m/M)}.$$

2. В гладком цилиндре под тяжелым поршнем массой $M = 10$ кг и сечением $S = 14$ см² находится идеальный газ. На сколько процентов изменится высота столба газа в цилиндре, если его поместить в лифт, движущийся с ускорением $a = 4$ м/с², направленным вертикально вниз? Считать, что температура газа в цилиндре не изменяется, атмосферное давление равно $p_0 = 105$ Па, а ускорение свободного падения равно $g = 10$ м/с.

Решение

8. Условие равновесия поршня в исходном состоянии и уравнение его движения с ускорением a можно представить в виде:

$$Mg + p_0 S - p_1 S = 0, \quad (1)$$

$$Mg + p_0 S - p_2 S = Ma, \quad (2)$$

где $p_0 S$, $p_1 S$, $p_2 S$ – соответствующие силы давления атмосферы и газа на поршень. Поскольку температура газа остается неизменной, то по закону Бойля–Мариотта:

$$p_1 S h_1 = p_2 S h_2, \quad (3)$$

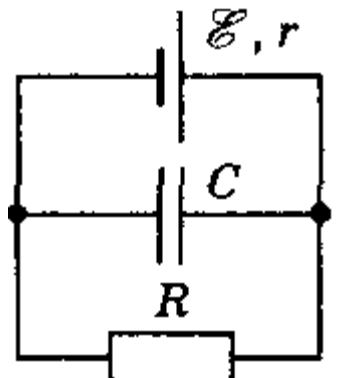
где h_1 и h_2 – высоты столба газа в неподвижном и движущемся с ускорением цилиндре.

Искомая величина $x = \frac{h_2 - h_1}{h_1} \cdot 100\%$ с учетом (3) может быть записана

на в виде $x = (p_1/p_2 - 1) \cdot 100\%$. Выразив p_1 и p_2 из (1) и (2), получим:

$$x = \frac{\Delta h}{h} = \left(\frac{Mg + p_0 S}{M(g - a) + p_0 S} - 1 \right) \cdot 100\% = \frac{Ma}{p_0 S + M(g - a)} \cdot 100\% = 20\%.$$

- 3 Напряженность поля плоского воздушного конденсатора, встроенного в схему (рис.), $E = 50$ В/см. Расстояние между пластинами конденсатора $d = 0,5$ мм. Сопротивление $R = 5$ Ом, внутреннее



сопротивление батареи $r = 0,1 \text{ Ом}$. Определить ЭДС батареи.

Решение

Напряжение на конденсаторе $U = Ed$.

С другой стороны $U = IR$, следовательно $I = \frac{Ed}{R}$.

По закону Ома для полной цепи $I = \frac{\varepsilon}{R + r}$. Для ЭДС находим

$$\varepsilon = \frac{Ed}{R}(R + r) = 2,55 \text{ В}.$$

4. Горячая вода, налитая доверху в большой сосуд, охлаждается до температуры t_0 за время $\tau = 20$ мин. За какое время до температуры t_0 остынет вода с той же начальной температурой, если разлить ее по маленьким сосудом, которые также заполнены доверху и подобны большому сосуду? Известно, что вода из большого сосуда помещается в $n = 8$ маленьких, и что количество тепла, отдаваемое в единицу времени с единицы поверхности воды каждого сосуда, пропорционально разности температур воды и окружающей среды.

Решение

Будем считать сосуды цилиндрическими. Обозначим радиус и высоту большого сосуда через R и H , а радиус и высоту маленького сосуда через r и h . Пусть масса воды в большом сосуде равна M , а его объём V . Тогда масса воды в маленьком сосуде $m = M/n = M/8$.

Подобие сосудов означает, что их радиусы R и r и глубины H и h отличаются друг от друга в одно и то же число раз N :

$$r = \frac{R}{N} \quad h = \frac{H}{N}$$

Значит объёмы сосудов, а, следовательно, и массы воды в них связаны соотношением:

$$\frac{M}{m} = \frac{V}{v} = \frac{\pi R^2 H}{\pi r^2 h} = N^3 = n$$

Тогда $N = \sqrt[3]{8} = 2$.

По условию задачи, для каждого из сосудов теплоотдача происходит с поверхности воды в соответствии с законом

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \alpha S(T - T_0), \quad (1)$$

где:

ΔQ – количество теплоты, отдаваемое за время Δt с поверхности площадью S ;

T и T_0 - начальная температура воды и температура окружающей среды;

α - постоянный коэффициент пропорциональности.

С другой стороны, известно, что при остывании горячей воды на ΔT градусов она отдаёт количество теплоты

$$\Delta Q = CM \Delta T,$$

где c - удельная теплоёмкость воды.

Значит, справедливо равенство

$$\frac{CM \Delta T}{\Delta t} = \alpha S (T - T_0).$$

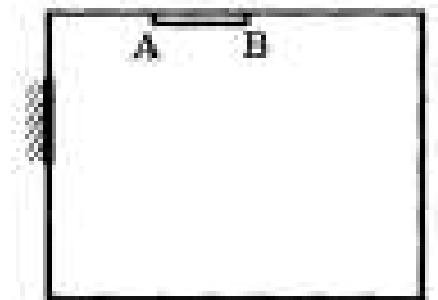
Учитывая, что площадь поверхности воды в сосуде пропорциональна квадрату его радиуса, а масса воды пропорциональна его объёму, для скорости остывания воды получаем:

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{\alpha S}{CM} (T - T_0) \sim \frac{\alpha R^2}{CR^2 H} (T - T_0) \sim \frac{T - T_0}{H}.$$

Таким образом, мы установили, что при одинаковой разности начальной температуры воды и температуры окружающей среды скорость остывания воды обратно пропорциональна глубине сосуда, то есть для большого сосуда, высота которого $H = N h$, скорость охлаждения будет вдвое меньше, чем для маленького. Отсюда следует, что время охлаждения воды в маленьком сосуде будет в 2 раза меньше.

$$\tau_1 = \tau / 2 = 10 \text{ мин.}$$

5. В каких точках комнаты должен находиться человек, чтобы видеть в зеркале экран телевизора АВ (см. рисунок) целиком?



Решение

Применяя закон отражения, построим изображение экрана (A_1B_1) в зеркале (см. рисунок).

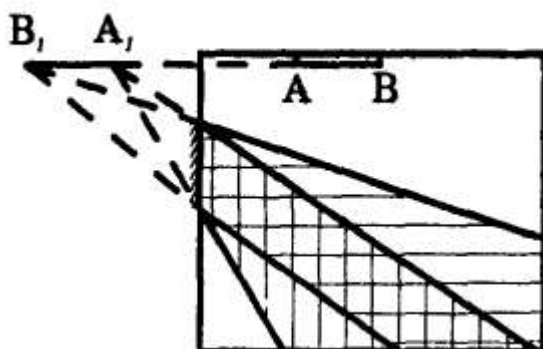
Вертикальной штриховкой отмечена область, откуда можно видеть в

зеркале отражение точки А;

горизонтальной штриховкой —

соответствующая область для

точки В. Из области, отмеченной



двойной штриховкой, можно видеть отражения точек А и Б, а, значит, и всего экрана телевизора.

Ответ: Искомая область (область, из любой точки которой будет видно все изображение экрана) отмечена двойной штриховкой.